

Andris Jakovics⁽¹⁾, Vilnis Frishfelds⁽¹⁾, Bernard Nacke⁽²⁾ und Torge Behrens⁽²⁾

Simulation der Schmelzdynamik von Oxiden im Induktor-Schmelztiegel

Einleitung

Hochfrequenzschmelzen im Induktor-Tiegel ist gut geeignet für die Behandlung von Oxidmaterialien mit kleiner elektrischer und thermischer Leitfähigkeit bei Zimmertemperatur und hoher Schmelztemperatur (>1500 K für amorphe Gläser, >2700 K bei ZrO_2 , $ZrSiO_4$). Die der Tiegelwand anliegende Schicht des nicht geschmolzenen Materials (Skull) hat entscheidende Auswirkungen auf die Wärmeverluste und dementsprechend auch auf die notwendigen Leistungsregime [1]. Das Hauptproblem in diesem Verfahren ist die Energieeinbringung in das zu schmelzende Material bei niedrigen Temperaturen (<1000 K). Zu diesem Zweck sind spezielle Methoden des Vorwärmens (Anwendung des Gasbrenners oder Einlagen aus gut leitenden Materialien, die bei hohen Temperaturen sich schnell oxydieren (z.B. Molybdänring)) notwendig, weil die induktive Leistungsaufnahme im kalten Material unbedeutend ist. Für die Gewährleistung der Stabilität des Aufheizvorgangs des Materials bis zur Behandlungstemperatur ist demzufolge eine angepasste Leistungsführung notwendig [1].

Eine schematische Darstellung des Induktor-Tiegels zeigt die Abb. 1 – der aus Cu oder Al gefertigte massive, intensiv wassergekühlte Induktor ist gleichzeitig auch der Tiegel für das zu schmelzende Material. Die typisch beim Oxidschmelzen eingesetzten Frequenzen liegen im Bereich von mehreren hunderten kHz, um eine nahezu optimale Eindringtiefe des Feldes im geschmolzenen Material zu erreichen. Beim Schmelzen von ZrO_2 wird im zentralen Höhenbereich des Induktors axialsymmetrisch ein Metallring aus Molybdän platziert – die Leistungsaufnahme hängt dabei im Wesentlichen von dem Spalt zwischen dem Ring und dem Tiegel ab. Beim Glasschmelzen kann ein Gasbrenner verwendet

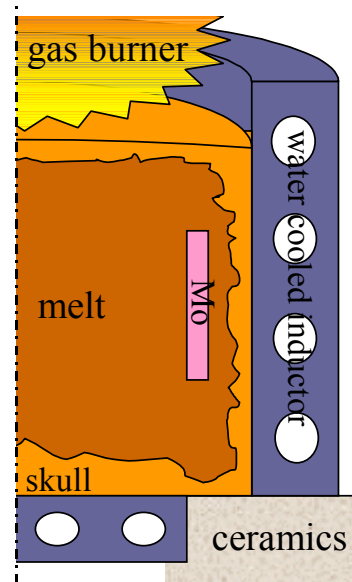


Abb. 1. Axialer Querschnitt des Induktor-Tiegels für das Oxidschmelzen

werden. Die Aufgaben der Modellierung sind dabei, die Bestimmung der Leistungsregime und die Optimierung der Anlageparameter. Die Abweichungen von der axialen Symmetrie (z.B. Leistungsanschluss des Induktors) werden bei der Modellierung vernachlässigt. Da die elektrische Leitfähigkeit der Materialien eine exponentielle Temperaturabhängigkeit aufweist und in der Abschlussphase des Prozesses in der Schmelze die konvektive Wärmetragung dominiert, ist eine gekoppelte numerische Berechnung der elektromagnetischen und thermischen Felder sowie der Schmelzenströmungen notwendig.

Mathematisches Modell

Sowohl für die Bestimmung der induzierten (Jouleschen) Wärme als auch für die Berechnung der durch die elektromagnetischen (Lorentz) Kräfte verursachten Schmelzenströmung muss die elektromagnetische Feldverteilung berechnet werden. Die einfachste Vorgehensweise bei der Feldberechnung im axialsymmetrischen Modell ist die Nutzung des komplexen Vektorpotentials $\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}e^{i\omega t}$. In nichtmagnetischen Materialien für die azimutale Komponente A gilt dabei:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma(T) \left(i\omega A + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right), \quad (1)$$

wobei U das skalare Potential ist. Das normierte Potential $a = rA$ nimmt bei wachsender Entfernung von der Symmetrieachse sehr langsam (wie $1/r$) ab. Darum werden die homogenen Randbedingungen dritter Art benutzt – weit vom Induktor wird das System als magnetischer Dipol betrachtet. Da die Leitfähigkeit des zu schmelzenden Materials mit der Temperatur sehr schnell (wie bei Halbleitern - exponentiell) ansteigt, müssen auch die EM-Größen beim Aufheizen des Materials immer neu berechnet werden. Bei sehr hohen Temperaturen tritt jedoch die Sättigung im Wachstum der Leitfähigkeit ein. Die absoluten Werte der Leitfähigkeit sind außerdem sehr stark von den Zusatzstoffen und mikroskopischen Modifikationen des Materials abhängig. Demzufolge ist die Kenntnis der Materialeigenschaften für eine praxisnahe Modellierung dieses Vorgangs entscheidend.

Für die Temperaturverteilung unter Berücksichtigung der konvektiven Wärmeübertragung und der Jouleschen Wärme gilt:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\sigma(T) |A|^2 \omega^2}{2}. \quad (2)$$

Die Wärmeleitfähigkeit λ ist dabei wesentlich sowohl von der Temperatur als auch von der Porosität des Materials abhängig. Diese Temperaturabhängigkeit ist besonders für Glas wichtig, weil wegen der Durchsichtigkeit des Materials bei Temperaturen über 600 K die innere Strahlungswärmeübertragung dominiert. Da die Temperatur der freien Oberfläche beim Schmelzen von Hochtemperatur-Oxiden 2000

K übersteigen kann, müssen auch die Strahlung von der freien Oberfläche und die damit verbundenen bemerkenswerten Wärmeverluste berücksichtigt. Beim Glasschmelzen wird die vom Gasbrenner mit vorgegebener Gaußscher Leistungsverteilung auf der Oberfläche erzeugte Leistung nachgebildet. Außerdem wird in der thermischen Berechnung sowohl das Schrumpfen des Materials als auch die Phasenübergänge durch entsprechende Wärmemengen berücksichtigt.

Im Anfangszustand hat das Material eine angegebene Porosität $\Pi \in [0,1]$, die mit steigender Temperatur abnimmt. Da der genaue Verlauf des Sintervorgangs unbekannt ist, wird angenommen, dass irreversible Änderungen der Porosität nur beim Schmelzpunkt des Materials eintreten. Die Filtration der Schmelze wird vernachlässigt, obwohl dies (insbesondere in der Phase des Ausbrennens des Mo-Rings) den Vorgang beeinflussen könnte. Ein anderes Modell der Porositätsänderung wird beim Glasschmelzen eingesetzt, weil hier keine Phasenübergänge stattfinden. Die Porositätsabnahme wird dabei proportional dem Druck P und umgekehrt proportional der Zähigkeit μ gesetzt:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} \sim -\frac{P}{\mu(T)}, \quad (3)$$

wobei der Proportionalitätskoeffizient Größenordnung 1 hat und von den geometrischen Faktoren abhängig ist. Die Zähigkeit der Gläser nimmt ihrerseits mit der Temperatur exponentiell ab, und eine bedeutende Porositätsänderung durch die Sinterung des Materials ist bei Gläsern nur bei Temperaturen über 1300 K festzustellen.

Da das Volumen des Materials bei der Sinterung sich wesentlich verringert ($\sim 30\%$), ist das Zufügen von frischem Material im Ofen notwendig. Deswegen wird auch bei numerischen Modellierung das Anfangsvolumen des Materials wiederhergestellt, wenn das Volumen sich um 5% verringert hat. Durch das Hinzufügen des kalten und porösen Materials nehmen die Strahlungsverluste von der Oberfläche wesentlich ab und die Symmetrie des zu erwärmenden Gutes zur mittleren Höhenebene des Induktors wird hergestellt. Dadurch verbessert sich auch die Energiebilanz der induktiven Erwärmung.

Die Schmelzenströmung wird von der Lorentz-Kraft und der thermischen Auftriebskraft bestimmt:

$$\vec{f} = \vec{j} \times (\nabla \times \vec{A}) - \vec{g} \rho_0 \alpha (T - T_0), \quad (4)$$

wobei α die thermische Ausdehnung und ρ_0 die Materialdichte bei der Referenztemperatur ist.

Die Strömung wird als instationär betrachtet, obwohl die Strömung praktisch quasistationär ist - die Strömungsänderung ist mit der Änderung des geschmolzenen Bereichs gekoppelt. Die Strömungsstationierung bei fixiertem Strömungsgebiet

erfolgt dagegen sehr schnell. Die Komponenten der Strömungsgeschwindigkeit (v_r und v_z) werden aus der Bewegungsgleichung mit veränderlicher Zähigkeit

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right) = \nabla(\mu(T) \nabla \vec{v}) - \nabla p + \vec{f} \quad (5)$$

und der Inkompressibilitätsbedingung

$$\nabla \vec{v} = 0 \quad (6)$$

bestimmt. Für die Geschwindigkeiten werden traditionelle Randbedingungen benutzt, bzw. Haftbedingungen an den festen Oberflächen und Abwesenheit der tangentiellen Spannungen auf der freien Oberfläche der Schmelze und auf der Symmetrieachse.

Für die Lösung des Gleichungssystems (5-6) wird ein modifiziertes SIMPLER-Verfahren [2] oder ein direktes Lösungsverfahren eingesetzt. Beim ersten Verfahren das Hauptproblem ist die Gewährleistung der Divergenzfreiheit der Strömung. Beim direkten Verfahren ist das zu lösende System nahezu singular. Zur Behebung dieses Problems wird in der Kontinuitätsgleichung (6) ein zusätzlicher Term $\varepsilon \Delta p$ mit kleiner Konstante ε hinzugefügt.

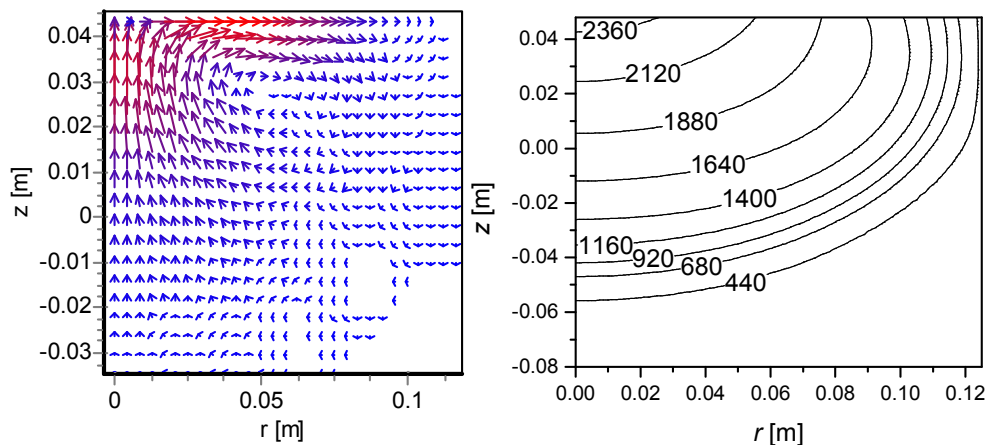


Abb. 2. Geschwindigkeits- und Temperaturverteilung in der Anfangsphase der Glasschmelzvorgangs – die Erwärmung erfolgt sowohl mit einem Gasbrenner als auch induktiv (es sind nur die relevanten Ausschnitte des Ofenbereiches dargestellt).

Glasschmelzen

Für das Vorerwärmen des Materials beim Glasschmelzen kann ein Gasbrenner eingesetzt werden (Abb. 1). Die maximale Leistung wird dabei im axisnahen Bereich erzeugt und die Leistungsdichte nimmt mit der Entfernung von der Symmetrieachse ab – bei der numerischen Modellierung wird die normale Gaussche Verteilung der Leistungsdichte auf der Materialoberfläche vorausgesetzt. Außerdem ist für die folgende rein induktive Erwärmung vorteilhaft, wenn der erwärmte Materialbereich im mittleren Höhenbereich des Induktors liegt. Daraus resultiert, dass der Füllgrad des Induktor-Tiegels unterhalb 100% und eine relative langsame Erwärmung, damit durch die Wärmeleitung auch die Temperatur in inneren Bereichen des Materials

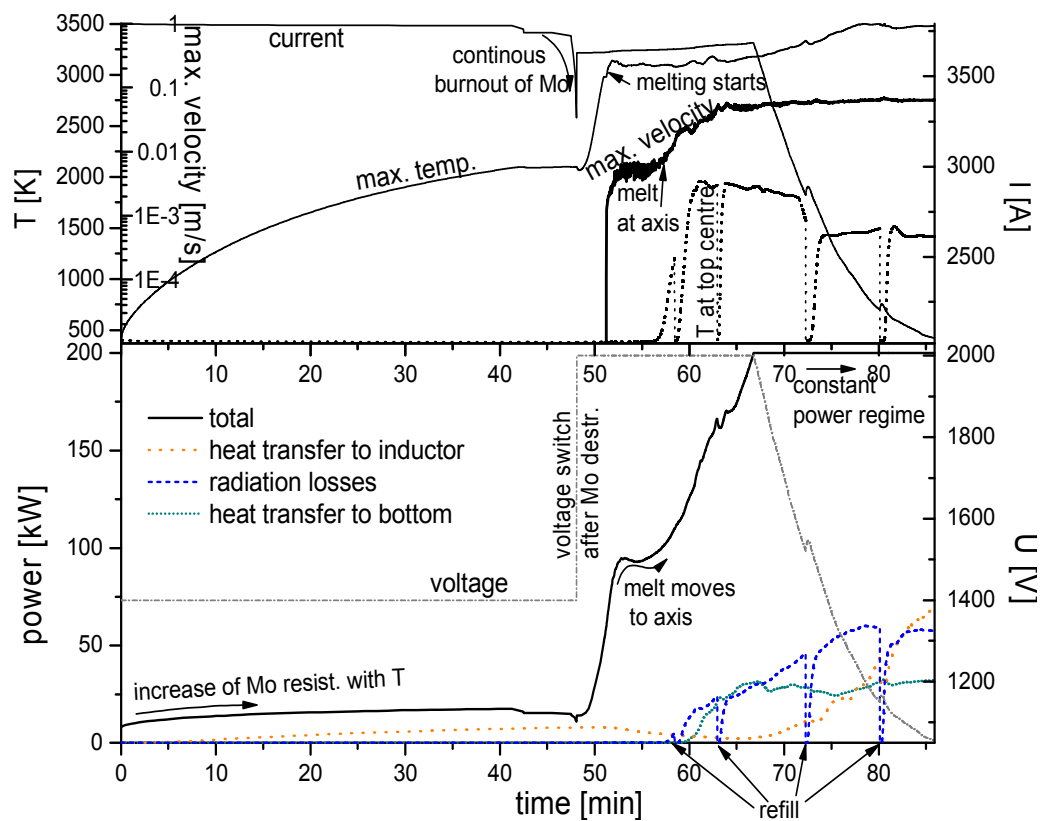
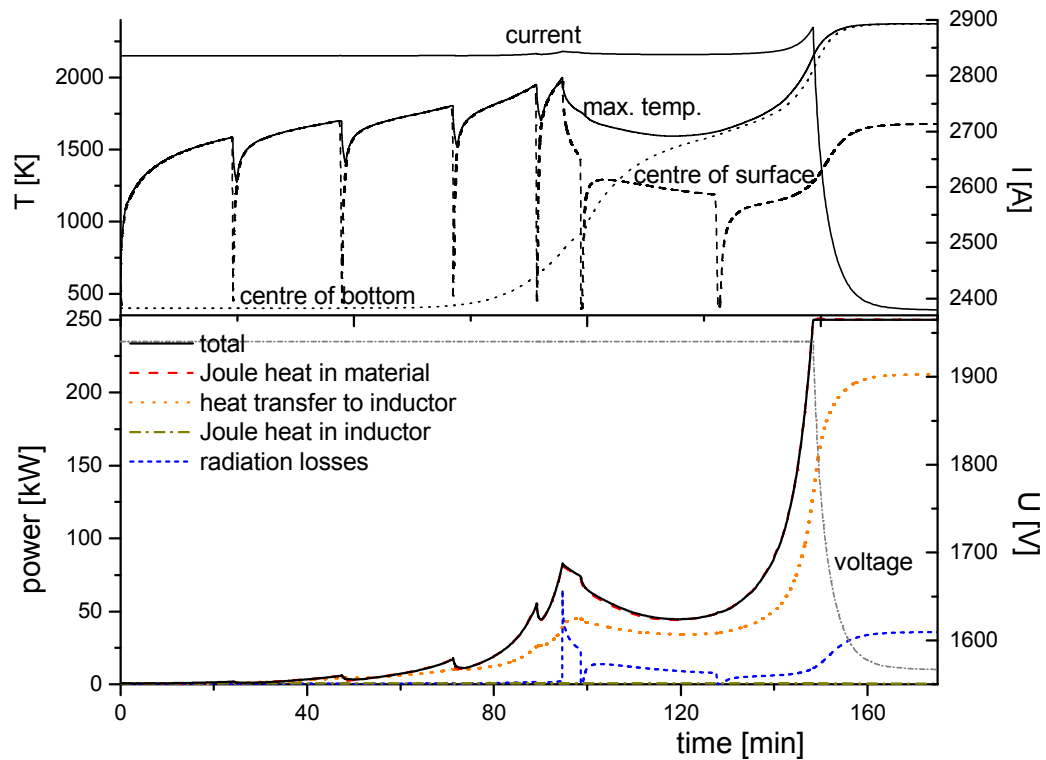


Abb.3 Entwicklung der Leistungsparameter, der Temperatur und der Geschwindigkeit während des Glasschmelzens beim Vorwärmen mit dem Gasbrenner (oben) und in ZrO_2 (unten) beim Vorwärmen mit dem Mo-Ring ($\alpha=10^{-6}$ 1/K, $\mu=6 \cdot 10^{-2}$ kg/(m·s)).

ansteigt, vorteilhaft ist. Bei sehr geringen Wärmeleitfähigkeiten des Materials und

hoher Schmelztemperatur (z.B. ZrO_2 mit $\lambda \leq 2 \text{ W/m}\cdot\text{K}$, $T \approx 3000 \text{ K}$) wäre eine sehr große Wärmemenge in dieser Anfangsphase notwendig. Der Einsatz des Gasbrenners ist demzufolge nur beim Glasschmelzen, wo die Leitfähigkeit des Materials schon wesentlich (exponentiell) im Bereich, bis Temperaturen 600 K ansteigt, bevor die Strahlungswärmeverluste dominant werden, effektiv. Es ist außerdem zweckmäßig, die induktive Erwärmung parallel zum Gasbrenner von Anfang an einzusetzen – die induzierten Jouleschen Wärmen sind zwar gering, erlauben jedoch das Material im peripheren Bereich (in der Nähe des Induktors) zusätzlich zu erwärmen (siehe Abb. 2). Dies verbessert die induktive Leistungsaufnahme nach dem Abschalten des Gasbrenners, bzw. die in dieser Übergangsphase notwendigen Spitzenleistungen sind dabei geringer. Außerdem kann dadurch der thermale Zustand des Materials überwacht werden, weil die induzierte Leistung und andere EM-Charakteristiken dies eindeutig widerspiegeln. Beim schnellen Wachstum und beim Erreichen der vorgegebenen Werte der induzierten Leistung kann der Vorgang des Vorwärmens abgeschlossen und der Gasbrenner abgeschaltet werden. Das Leistungswachstum und die Änderungen der Prozessparameter an einem Beispiel zeigt die Abb. 3 (oben).

In der Abb. 2 vorgestellte Geschwindigkeitsverteilung zeigt, dass eine bemerkenswerte Strömung im Glas in der Phase des Vorwärmens nur im zentralen oberen Bereich sich entwickelt, weil in kälteren Bereichen wegen der exponentiellen Temperaturabhängigkeit die Zähigkeit sehr groß bleibt. Die thermischen Auftriebskräfte bestimmen dabei die aufsteigende Strömung an der Symmetrieachse und die konvektive Wärmeübertragung entlang der Oberfläche in radialer Richtung. In der Abschlussphase des induktiven Schmelzvorgangs kehrt die Strömungsrichtung um, weil durch die im mittleren Höhenbereich induzierte Wärme die äußeren Bereiche höhere Temperatur haben. Da die Zähigkeit der Glasschmelze jedoch relative hoch bleibt, entwickeln sich in der Schmelze wenige große Wirbel. Die Anzahl und die Form der Strömungswirbel ist von dem Verhältnis der EM- und Auftriebskräfte abhängig. Bei thermischer Ausdehnung $\alpha \geq 10^{-5} \text{ 1/K}$ dominiert die thermische Konvektion, bei geringer Ausdehnung ($\alpha < 10^{-6} \text{ 1/K}$) werden dagegen zwei typische Strömungswirbel der EM-Konvektion beobachtet.

Die "Einbrüche" in den Kurven der maximalen und der Oberflächentemperatur (Abb. 3) werden durch das Hinzufügen des kalten Materials verursacht. Es werden dabei auch die Strahlungsverluste reduziert und dadurch auch die Gesamtenergiebilanz verbessert.

Schmelzen von Hochtemperatur-Oxiden

Um bei Hochtemperatur-Oxiden, wo der Einsatz des Gasbrenners uneffizient ist, den zentralen Bereich des Materials direkt zu erwärmen, kann der leitende metallische Einsatz verwendet werden. Die in diesem Ring erzeugte Joule-Wärme

erwärmt das umliegende Oxidmaterial bis zu den Temperaturen, bei denen die direkte induktive Leistungsaufnahme im Material selbst ausreichend wird und den weiteren Prozessverlauf nach dem Zerfall der Einlage ermöglicht. Diesen Anforderungen beim Schmelzen von ZrO_2 oder $ZrSiO_4$ entspricht z.B. Molybdän, weil es sich bei Temperaturen über 2000 K sehr schnell oxidiert und die Restmasse des verwendeten, axialsymmetrisch platzierten Ringes vernachlässigt werden kann. Der Durchmesser, die Dicke und die Höhe des Ringes können aus Sicht der Energieeffizienz des Startvorgangs numerisch optimiert werden.

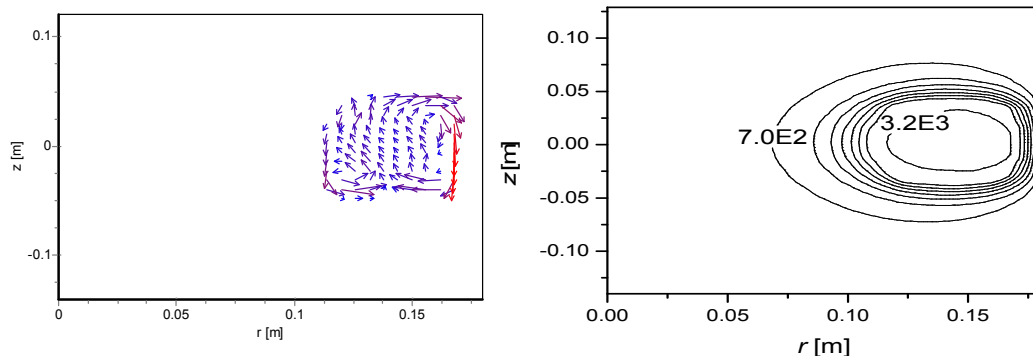


Abb.4. Strömung und Temperaturverteilung im ZrO_2 kurz nach dem Erreichen der Schmelztemperatur im Bereich des Mo- Rings ($\alpha=10^{-6}$ 1/K, $\mu=10^{-2}$ kg/(m·s)).

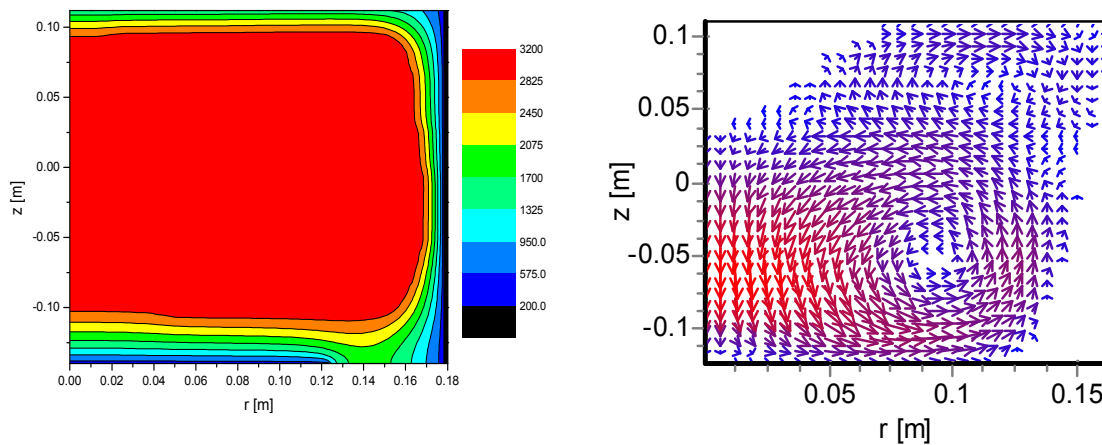


Abb. 5. Charakteristische stationäre Temperatur- (links) und Geschwindigkeitsverteilung (rechts) bei dominierenden EM-Kräften ($f=350$ kHz).

Beim Vorwärmen muss eine möglichst gleichmäßige Temperaturverteilung im Material erzielt werden [1], was durch einen langsames Vorgang mit geringer Heizleistung erzielt werden kann. Dies erlaubt, in der Phase nach dem "Verbrennen" der leitenden Einlage die für das kontinuierliche Fortsetzen des Schmelzvorgangs maximal notwendigen Induktorströme zu reduzieren – da die Leistungsaufnahme nur in einem geringen, ausreichend erwärmten Materialbereich erfolgt, steigen die Anforderungen an die Generatoranlage rapide.

Im Unterschied zum Glas, wo die Zähigkeit stark temperaturabhängig ist, ist die Zähigkeit der ZrO_2 -Schmelze praktisch konstant. Die genauen Werte der Zähigkeit sind jedoch unbekannt, aber der Strömungscharakter ist sehr stark von den Zähigkeitswerten μ und der thermischen Ausdehnung α abhängig. Entsprechende Parameterstudien sind in [3] vorgestellt.

Das Materialschmelzen beginnt im Bereich des Metallrings, wo die Temperatur am höchsten ist. Wegen der Wärmeverluste zum Induktor-Tiegel weitet das geschmolzene Bereich sich bei kleiner thermischer Ausdehnung in Richtung der Symmetrieachse aus. Bei steigender thermischer Ausdehnung nimmt die Tendenz der Ausweitung des Bereichs nach oben zu. Bei solcher "Migration" des geschmolzenen Bereichs zur Tiegelachse nimmt die induzierte Leistung bei fixierter Induktorspannung wegen der Verschlechterung der EM-Kupplung ab. Andererseits wächst der geschmolzene Bereich, bis ein stationärer Zustand bei gegebener Spannung erreicht wird. Es ist zweckmäßig jedoch, in der Abschlussphase des Schmelzvorgangs von dem Regime mit vorgegebener Spannung in ein Regime mit vorgegebener Leistung zu übergehen.

Ein Beispiel des induktiven Schmelzens von ZrO_2 zeigt die Abb. 3 (unten). Die maximale Spannung ist dabei 2000 V und der maximale Induktorstrom ist auf 3800 A begrenzt. In der kritischen Phase nach dem Zerfall des Mo-Rings und der Spannungsumschaltung wächst die aktive Leistung sehr schnell. Beim Erreichen der angegebenen Leistung von 200 kW, um die Leistung konstant zu halten, wird die Regulierung der Induktorspannung eingesetzt. Die maximale Temperatur erreicht in diesem Beispiel 3500 K (Abb. 3), ist jedoch von der Strömungsintensität stark abhängig – mit abnehmender Zähigkeit und steigender Strömungsintensität wird die Temperaturverteilung in der Schmelze gleichmäßiger.

Stationärer Zustand und Skall-Schicht

Der stationäre Zustand ist von dem Verlauf und Weise (leitende Einlage oder Gasbrenner) des Vorwärmens praktisch unabhängig und für die Analyse der Auswirkungen der thermischen Randbedingungen, der Strömung, der Induktorleistung und der Materialeigenschaften auf die Skall-Dicke relevant. Die charakteristischen Temperatur- und Strömungsverteilungen zeigt die Abb. 5. Die typischen Skall-Dicken ändern sich dabei im Bereich von 1 mm bis 1 cm.

Abb. 3 zeigt, dass in der Abschlussphase bei der aktiven Leistung von 200 kW die Wärmeverluste zum Induktor-Tiegel und Tiegelboden sowie die Strahlungsverluste im Bereich von 20 bis 80 kW sich ändern. Die im Kupferinduktor induzierten Wärmemengen sind dagegen sehr gering – nur $\sim 1-2$ kW.

Optimierung

Das entwickelte numerische Modell erlaubt die Optimierung der Anlageparameter durchzuführen [3]. Die Abb. 6 zeigt die Ergebnisse der Frequenzoptimierung beim Glasschmelzen (links) und der Optimierung der Induktorspannung in der Phase des Vorwärmens bei der Anwendung des Mo-Rings (rechts). Jede Kurve entspricht einer angegebenen mittleren Temperatur der Schmelze, die höchste Temperatur entspricht dabei der Behandlungstemperatur des Materials. Es wird das Verhältnis der Leistung, die zum Anstieg der inneren Energie des Materials, bzw. zum Erwärmen und zum Schmelzen beiträgt, zur Gesamtenergiemenge, die durch Gasbrenner und induktives Heizen eingebracht wird, dargestellt. Bei vorgegebenen anderen Anlage- und Materialcharakteristiken befindet sich die optimale Frequenz im Bereich von 300 bis 400 kHz. Höhere Frequenzen sind effizient in der Startphase, wenn die Leitfähigkeit des Materials gering ist (Kurve bei 693 K).

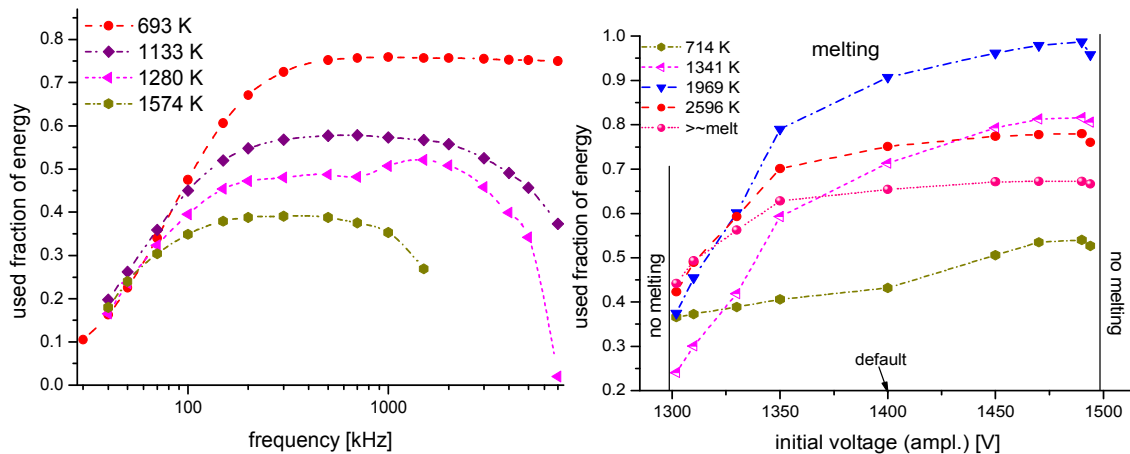


Abb. 6. Optimierung der Frequenz beim Vorwärmen mit dem Gasbrenner (links) und der Induktorspannung beim Vorwärmen mit dem Mo-Ring (rechts) bei fixierten anderen Anlageparametern.

Die Optimierung der Induktorspannung bei der Erwärmung von ZrO_2 mit dem Mo-Ring zeigt, dass bei der Spannung unterhalb oder oberhalb der bestimmten Grenzwerte das Schmelzen des Materials bei vorgegebener maximaler Induktorspannung nicht durchgeführt werden kann. Bei zu geringer Spannung werden die notwendigen Temperaturen gar nicht erreicht, bei zu hoher Spannung in der Anfangsphase wird das für das induktive Schmelzen minimal notwendige Volumen des Materials nicht ausreichend erwärmt. Die Effizienz des Schmelzvorgangs ist in der Nähe des maximal zulässigen Wertes der Induktorspannung am höchsten. Ähnlicher weise können auch andere Anlageparameter (Induktorgeometrie, Tiegefüllgrad, Position und Maße des Mo-Rings und die Leistungsregime des Induktors) optimiert werden. Unter

Berücksichtigung der technischen Einschränkungen (limitierte Spannung und limitierter Strom, begrenzter Frequenzbereich und begrenzte Tiegelgröße) ist solch eine Optimierung zweckmäßig.

Zusammenfassung

Die Anwendung des entwickelten axialsymmetrischen Modells der gekoppelten elektromagnetischen, thermischen und Strömungsvorgänge im Induktor-Schmelztiegel erlaubt, die Parameterstudien der Anlage in verschiedenen Prozessphasen und Anwendungen durchzuführen. Die numerische Modellierung zeigt die entscheidende Rolle des Vorgangs des Vorwärmens für die stabile Prozessführung und Energieeffizienz – die Leistungszufuhr muss eine möglichst gleichmäßige Erwärmung eines ausreichenden Materialbereichs für weitere rein induktive Erwärmung gewährleisten. Es wurde gezeigt, dass die Sintervorgänge, die zur Porositätsreduzierung führen, und das Hinzufügen von kaltem Material den Energiehaushalt des Prozesses wesentlich beeinflussen. Außerdem kann das entwickelte Berechnungsverfahren erfolgreich für die Optimierung der Anlageparameter eingesetzt werden.

Literatur

- [1] Nacke, B., Frishfelds, V., Jakovics, A. (2002). Modelling of inductive melting of oxides in inductor crucible furnace. *Elektro-Wärme International*, No. 3, 105–109.
- [2] Fletcher, C.A.J. (1991). *Computational techniques for fluid dynamics*. Vol. II, Springer-Verlag, Berlin.
- [3] Nacke, B., Frishfelds, V., Jakovics, A. (2003). Modelling of key factors in modelling of oxides in inductor crucible, Proceedings of the conference *Electromagnetic processing of materials*, Lion, France, 157–162.

⁽¹⁾Laboratorium für mathematische Modellierung der Umwelt- und Technologieprozesse, Universität Lettlands, Zellu Str. 8, LV-1002, Riga, Lettland

⁽²⁾Institut für elektrothermische Prozesstechnik, Universität Hannover, Wilhelm Busch Str. 4, D-30167 Hannover, Deutschland